



## 높이 변화에 따른 액체탱크의 진동특성에 관한 연구

배 성 용<sup>†</sup>  
(부경대학교)

### A Study on Vibration Characteristics of Liquid Tank with Height Change

Sung-Yong BAE<sup>†</sup>  
(Pukyong National University)

#### Abstract

The shipbuilding industry has been in the process of becoming larger and faster. Vessels are made of complex structures and carry a wide variety of cargoes for long periods of time and generally have a long life of more than 30 years. Ships have tanks of various shapes such as fuel, ballast and fresh water tanks, and most of them are in contact with the liquid. The state of the liquid also causes a change in the water level due to the operation of the ship. It has been reported that a resonance, which causes fatigue damage and destruction due to excitation forces of an engine, a propeller, and a wave.

Therefore, it is considered important to clearly understand the vibration characteristics of these various tanks in contact with the liquid.

Many vessels currently are equipped with many square shaped tanks and have various conditions of the boundary as well as various ratios of length, width and height of the tanks. Therefore, in this paper, the vibration characteristics of the elastic plate composing the tank through the changes of the boundary condition, the width and the thickness are investigated in a tank structure which is relatively higher than the length and width.

**Key words:** Liquid Tank, Finite Element Method, Boundary Element Method, Vibration Characteristic

### I. 서론

오래전부터 조선분야의 추세는 선박의 대형화 및 고속화가 진행되어 왔다.

선박은 복잡한 구조물로 이루어져 있고, 다양한 종류의 화물을 싣고 장기간 운항되며, 경우에 따라서는 30년 이상의 오랜 수명을 유지하여야 한다. 선박에는 연료, 밸러스트 및 청수탱크와 같은 다양한 형상을 가진 탱크가 대부분 액체에 접하고 있을 뿐만 아니라 그 액체의 상태는 운항시간이 경과함에 따라 수위의 변화를 발생시킨다.

이러한 액체 탱크에는 엔진, 프로펠러, 파랑 등의 기진력에 의해 피로손상 및 파괴의 원인이 되는 공진현상이 발생되고 있다는 것이 보고되어 왔다. 따라서 액체에 접하고 있는 이러한 각종 탱크들의 진동특성을 명확하게 파악하는 것이 중요하다고 생각되어진다.

현재 운항 중에 있는 각종 선박에는 많은 사각형상의 탱크가 배치되어 있으며, 그 탱크들의 길이, 폭, 높이의 다양한 비율뿐만 아니라 경계부분의 다양한 조건들을 가지고 있다. 각종 탱크 구

<sup>†</sup> Corresponding author : 051-629-6616, sybae@pknu.ac.kr

\* 이 논문은 2012학년도 부경대학교 연구년 교수 지원사업에 의하여 연구되었음(PS-2012).

조물들이 액체에 접하고 있을 때의 진동 특성에 대한 연구는 많은 연구자들에 의해 연구되어져왔다. Chiba(1994)는 원통형 탱크의 측면은 강체로 취급하고, 밑면은 탄성체, 윗면은 자유표면으로 간주하여 진동해석을 하였으며, Mazuch et al.(1996)은 원통형 탱크의 진동에 대해서 유체와 구조부분을 유한요소법(Finite Element Method)을 이용하여 해석하였다. Cho & Song(2001)은 원통형 탱크의 슬로싱 모드(sloshing mode)와 밀징 모드(bilging mode)에 관한 연구를 하였다.

Bartlett et al.(2001)은 사각형 탱크의 밑면의 고유진동수를 평가하기 위하여 유한요소법을 이용하여 부가질량을 계산하였다. Bae(2003)는 유체에 접하고 있는 사각탱크를 구조 부분은 유한요소법으로 유체부분은 경계요소법(Boundary Element Method)을 이용해 계산하여 진동특성을 파악하고 있다. Kerboua et al.(2008)은 유체에 접하고 있는 사각평판을 이론계산과 실험을 통하여 진동특성을 파악하고 있다.

Bae(2010)는 정방형 탱크를 구성하는 탄성판이 하나의 판, 서로 마주보는 판, 4개의 판을 이용하여 탄성판과 탄성판 사이의 경계조건, 두께, 수위 등의 변화에 따른 부가질량 효과 등을 고려한 다양한 연구를 진행해왔다.

그러나 사각탱크의 길이와 폭이 같을 때 높이가 길이와 비교하여 큰 탱크의 경계조건, 폭과 두께의 변화를 통하여 종합적으로 고찰한 연구는 찾아보기 힘들다. 따라서 본 연구논문에서는 길이와 폭에 비해 상대적으로 더 높이가 있는 탱크 구조물을 경계조건, 폭과 두께의 변화를 통해 탱크를 구성하고 있는 탄성평판의 진동특성을 종합적으로 검토하여 보았다.

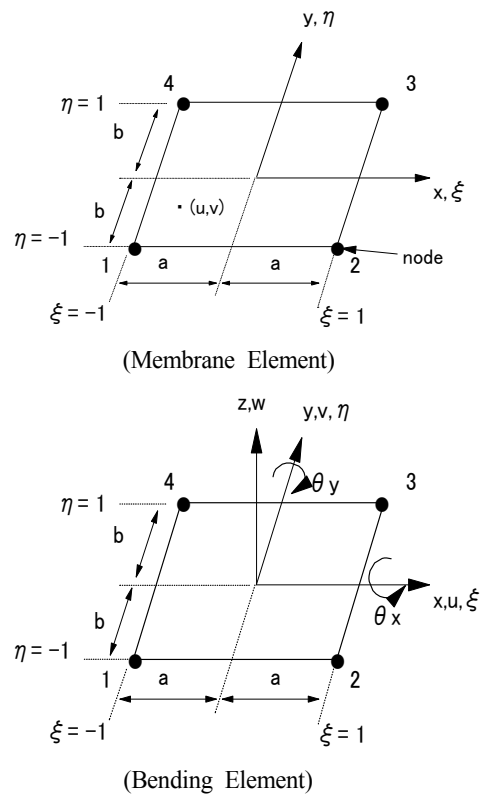
## II. 이론 해석

본 연구에서는 탄성판을 유한요소법으로 이산화하고 유체부분을 경계요소법으로 이산화하여서

유체-구조사이의 경계조건을 적용하여 부가질량 행렬을 구하고 그것을 자유진동방정식에 고려한다.

### 1. 유한요소법에 의한 탄성판의 정식화

본 연구에서 사용된 탄성판은 얇은 평판이라고 가정하고 면내변위를 고려한 막요소와 면외변위를 고려한 굽힘요소를 조합한 평면 쉘요소를 고려한다([Fig. 1] 참조).



[Fig. 1] Geometry of a rectangular element

유한요소법으로 이산화하면 탄성체의 지배방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{\vec{u}} + K\vec{u} = \vec{f} \dots\dots\dots (1)$$

여기서,  $M, K, \vec{u}$  는 각각 질량행렬, 강성행렬, 절점변위벡터이다. 등가외력벡터  $\vec{f}$  는 다음과 같

이 나타낼 수 있다.

$$\vec{f} = \int_s N_w^T \vec{p} ds \quad \dots\dots\dots (2)$$

여기서  $N$ 는 형상함수이고,  $\vec{p}$ 는 압력을 나타낸다.

**2. 경계요소법에 의한 유체부분의 정식화**

탱크내부의 유체를 비압축, 비점성, 비회전인 이상유체라고 가정하면 속도 포텐셜이 존재하고, 식으로 나타내면

$$\nabla^2 \Phi = 0 \text{ in } \Omega \quad \dots\dots\dots (3)$$

여기서  $\Phi(x, y, z, t)$ 는 다음방정식으로 정의되는 속도 포텐셜이다.

$$v_i(x, y, z, t) = \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \quad \dots\dots\dots (4)$$

여기서  $v_i$ 는  $x_i$ 방향의 유체질점속도이다. 베르누이의 원리에 의해 동압력과 속도 포텐셜은 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\vec{p} = -i\omega \rho_f \vec{\Phi} \quad \dots\dots\dots (5)$$

식(3)에 대한 경계적분 방정식은 3차원 문제에 대한 기본해를 이용하면 경계적분방정식이 얻어지고, 이 경계적분방정식을 경계요소를 이용하여 이산화 하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$H\vec{\Phi} = G \left\{ \frac{\partial \vec{\Phi}}{\partial n} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

**3. 연성문제의 정식화**

우선, 압력과 속도벡터, 유체밀도를 이용하고 체적력을 무시하면 선형화된 유체의 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$\rho_f \frac{\partial V}{\partial t} = -\Delta P \quad \dots\dots\dots (7)$$

그리고 속도와 속도 포텐셜의 관계는 다음과 같다.

$$V = -\Delta \Phi \quad \dots\dots\dots (8)$$

식(7), (8)을 이용하여 적분을 행하고, 압력  $P$ 와 속도 포텐셜  $\Phi$ 에 관하여 원진동수  $\omega$ 의 조화진동을 가정하면 다음 식으로 표현 할 수 있다.

$$\vec{P} = i\omega \rho_f \vec{\Phi} \quad \dots\dots\dots (9)$$

행렬 방정식(6)과 식 (7)을 이용하면 다음과 같이 압력과 압력구배의 관계로 나타낼 수 있다.

$$H\vec{P} = G \left\{ \frac{\partial \vec{P}}{\partial n} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

(10)식에 경계조건을 대입하면 구조물에서의 압력과 압력구배의 관계식이 얻어진다. 또, 구조부의 면 외 방향변위 성분을  $w$ 로 하여 조화진동을 가정하면 연성에서의 운동학적조건 (9)식에 의해  $w$ 와 압력구배의 관계는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial P_1}{\partial n} = \rho_f \vec{w} \quad \dots\dots\dots (11)$$

그러므로 식(2)에 (10), (11)식을 대입하면 등가 외력벡터  $\vec{f}$ 는 다음과 같이 기술된다.

$$\vec{f} = \int_s N_w^T \vec{p} dS = \omega^2 M^* \vec{u}_0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

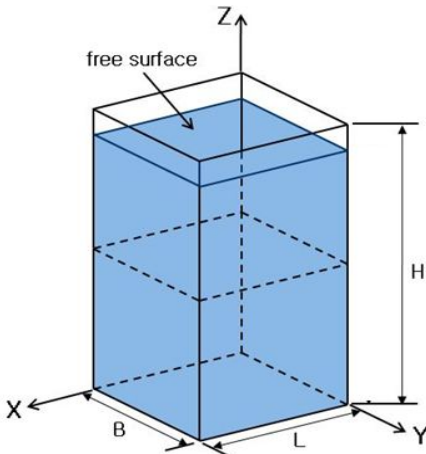
여기서,  $M^*$ 는 부가질량 행렬이다. 질점변위  $\vec{u}$ 를 조화진동이라고 가정하면 (12)식을 식(1)에 대입하여 다음과 같은 자유진동 방정식을 얻을 수 있다.

$$\{K - \omega^2(M + M^*)\} \vec{u}_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

**III 수치계산 및 고찰**

접수 탱크구조의 진동특성을 파악하기 위해서

길이  $L$ 과 같은 높이  $H$ 와 높이가  $2H$ 인 사각탱크를, 탄성판의 폭  $B$ 를 각각 0.2m, 0.4m, 0.6m, 0.8m, 1.0m로 변화시켜 가면서 비접수(탱크 안에 액체가 없는 경우)와 접수(탱크에 액체가 가득한 경우)인 경우에 대해서 계산을 수행하였다. 계산에 이용된 모델은 폭을  $Y$ 방향으로, 길이를  $X$ 방향, 높이 방향을  $Z$ 방향으로 설정하여, 전 계산 모델에서 윗면은 자유표면으로, 밑면은 강벽으로 가정하였다. 탱크의 높이가 1m인 부분과 탄성판과 강벽이 접하는 곳은 모두 고정경계조건을 사용하였고, 탄성판과 탄성판 사이의 경계조건은 단순지지와 고정지지로 나누어 계산을 하였다 ([Fig. 2], <Table 1> 참조).



[Fig. 2] Model for Analysis

경계조건 중 단순지지조건은 병진방향 변위는 구속하고, 회전방향 변위는 자유로 한 것이다. 이하 B.C는 경계조건, s.s는 단순지지 경계조건, fix는 고정지지 경계조건,  $H=1\text{m}$ 인 탱크를 1단 탱크,  $H=2\text{m}$ 인 탱크를 2단 탱크로 사용한다. 또한, 마주 보는 판과 인접하는 판의 모드는 서로 같은 방향으로 나타나는 모드를 동상모드, 서로 반대 방향으로 나타나는 모드를 역상모드라고 정의하기로 한다.

<Table 1> Principal dimensions and material properties of the model

Length(m)	$L=1.0$
Breadth(m)	$B=0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$
Height(m)	$H=2.0$
Thickness(m)	$t=0.003$
Young's modulus(Pa)	$E=2.06E+11$
Poisson's ratio	$\nu=0.3$
Density of elastic panel ( $kg/m^3$ )	$\rho_s = 7.85E+03$
Density of Fluid( $kg/m^3$ )	$\rho_f = 1.00E+03$

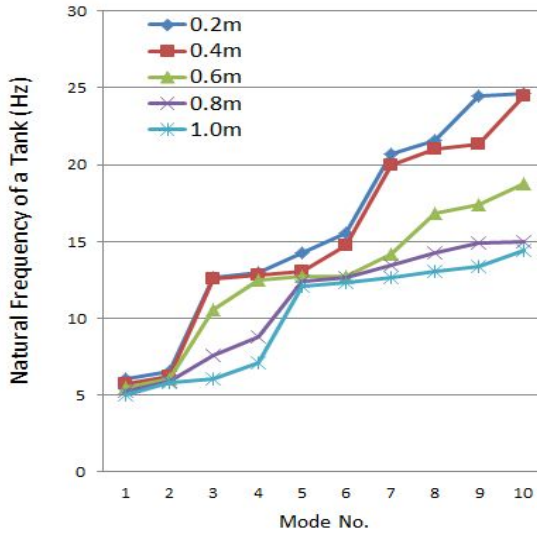
### 1. 비접수에서의 진동특성

1단과 2단 탱크에서 폭이 0.2m~1.0m로 변화할 때 s.s조건으로서 고유진동수를 각각 나타내었다. 일반적으로 fix와 비교하면 s.s에서 최저차 고유진동수는 조금 감소하는 경향이 있고 폭이 좁아질수록 고유진동수는 높게 나타나는 경향이 있다. 그림에 나타난 바와 같이 1단에서는 1-2차 고유진동수가 서로 대칭모드를 가짐으로서 유사한 값을 가지지만 2단 탱크에서는 1-4차 모드가 대칭모드로서 유사한 고유진동수 값을 보이고 있다 ([Fig. 3], [Fig. 4]참조). fix에서도 유사한 경향을 보이고 있음을 확인할 수 있었다. [Fig. 5]는 폭 0.6m일 때 위에서부터 1-2차 모드를 1단 s.s와 fix, 2단 s.s와 fix 조건을 차례대로 나타낸 것이다. 그림에서 보면 s.s일 때는 모드가 연동되어 나타나지만 fix일 때는 1단, 2단 모두에서 각 탄성판사이의 연동 모드가 나타나지 않음을 알 수 있다.

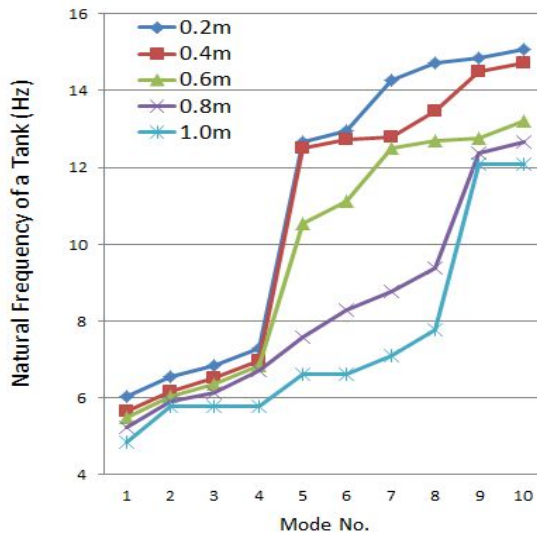
### 2. 접수에서의 진동특성

1단과 2단 탱크가 접수일 때 폭 0.6m를 가지고 있으며 위에서부터 s.s와 fix조건 순서로 1-2차 모드를 나타내어, 비접수인 경우의 모드와 비교하면 모드 형상이 동상에서 역상으로 전부 변환되어 있는 것을 알 수 있다. 이것은 부가질량의

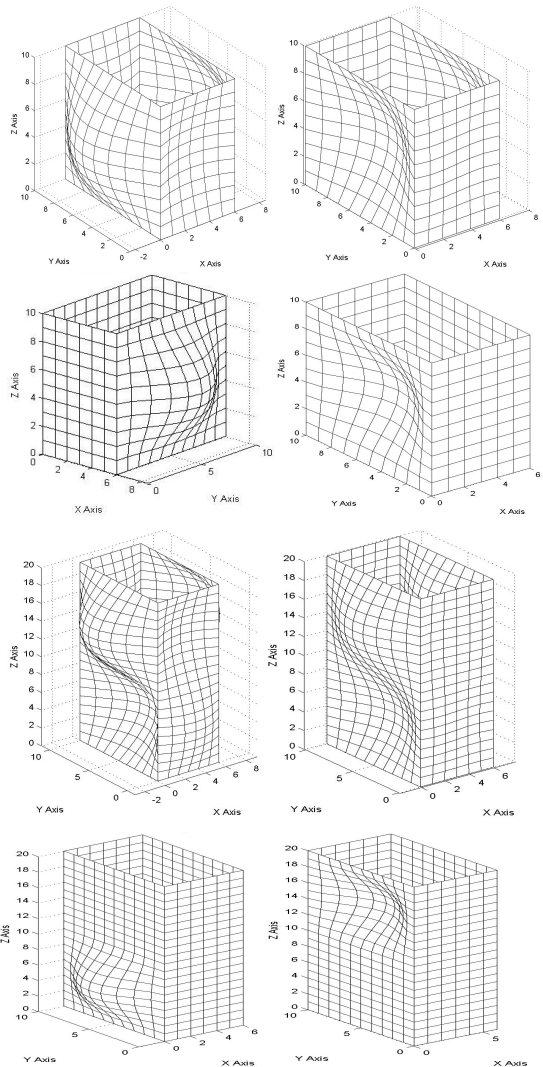
효과가 역상모드에서 가장 크게 나타나 고유진동수를 낮게 하였기 때문으로 생각된다([Fig. 6] 참조).



[Fig. 3] Natural frequencies of tank due to width change in s.s condition(H=1.0m)



[Fig. 4] Natural frequencies of tank due to width change in s.s condition(H=2.0m)



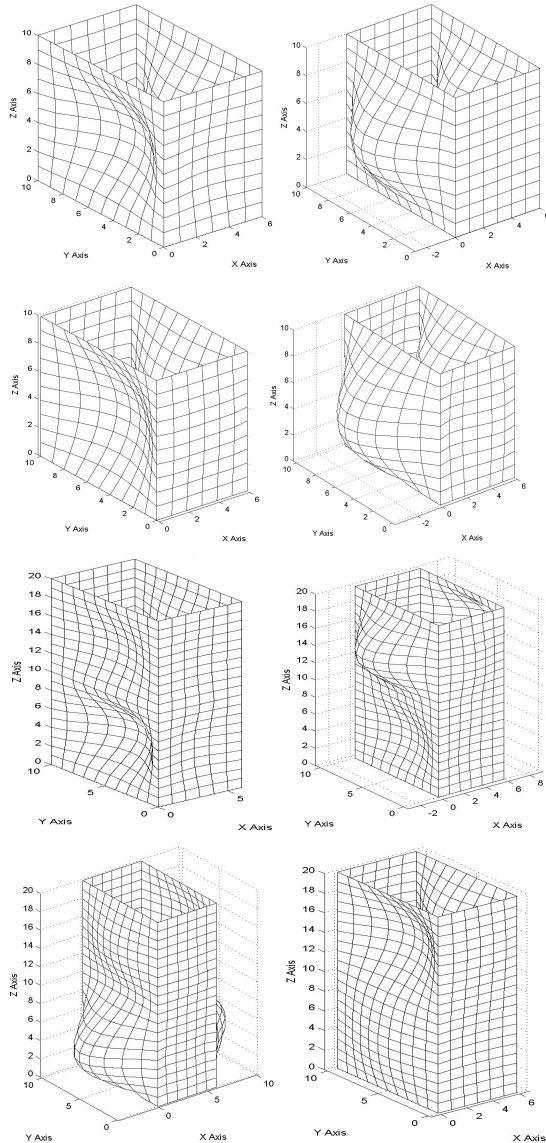
[Fig. 5] Natural Modes of a tank in air (B=0.6m, H=1m and H=2m)

따라서 앞에서 계산한 결과 값을 이용하여 1단 탱크와 2단 탱크의 고유진동수에 대한 부가질량 효과를 고찰하였다.

$$\begin{aligned}
 (f_{water})_i &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_i}{m_i + m_i^*}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_i}} (f_{air})_i \dots\dots\dots (14)
 \end{aligned}$$

여기서,  $k_i$ 는  $i$ 차의 모드 강성,  $m_i$ 는  $i$ 차의 모

드질량,  $m_i^*$ 는  $m_i$ 에 대한 모드 부가질량이고,  $\varepsilon_i$ 는 부가질량 파라메타이다.



[Fig. 6] Natural Modes of a tank in contact with liquid(B=0.6m,H=1m and H=2m)

[Fig. 7]과 [Fig. 8]은 1단과 2단 탱크의 폭을 0.2m ~ 1.0m 로 변화시켜 가면서 식(14)를 이용하여 계산한 값을 그래프로 나타낸 것이다.

그림에서 보이는 것처럼 모든 경우에 있어서 폭이 작을수록 부가질량효과는 크며, 1단 탱크에서는 2차 모드가 3-4차 모드보다 부가질량효과가 작게 나타나는 반면, 2단 탱크에서는 모드 순서대로 부가질량 효과가 크게 나타나고 있음을 볼 수 있다.

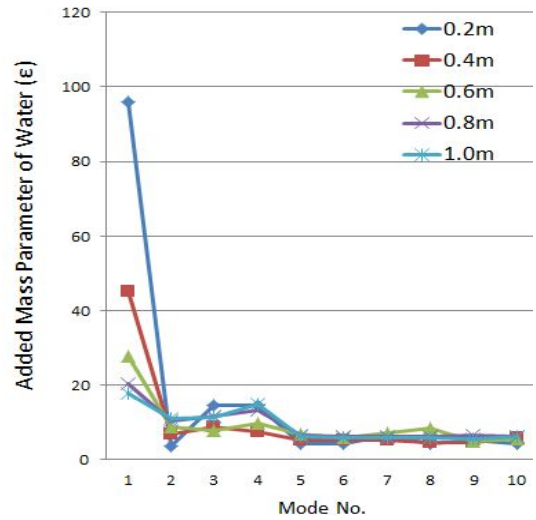
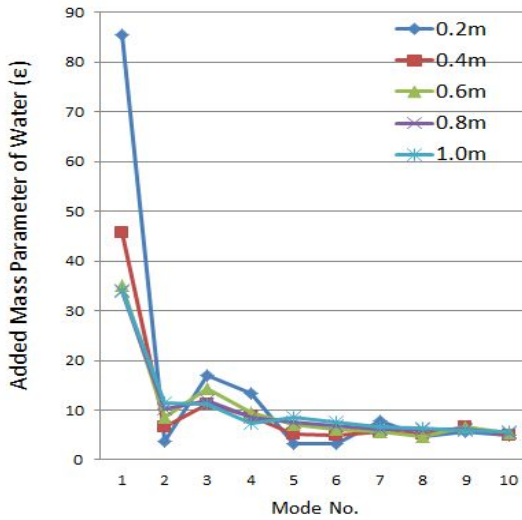
이것은 1단 탱크에서는 2차 모드가 동상으로 되어 액체의 흐름이 크게 제한되지 않는 반면, 2단 탱크에서는 여전히 역상 모드가 존재하여 액체의 움직임을 제한하고 있기 때문에 사료된다.

1단 탱크에서 각 두께별로 s.s와 fix에서 고유진동수가 폭 0.2m~0.4m에서 폭0.6m~1.0m 보다 대체로 높은 경향이다. 2단 탱크에서는 각 두께별로 s.s와 fix에서 고유진동수가 1, 2차 고유진동수를 제외하고 3차~10차까지의 고유진동수는 폭이 0.4m일 때 가장 높은 경향을 보인다.

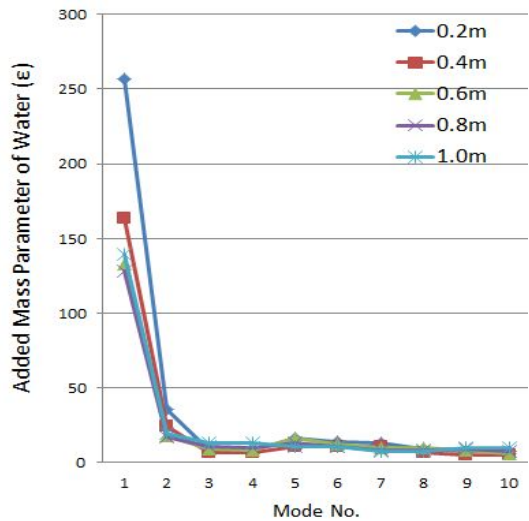
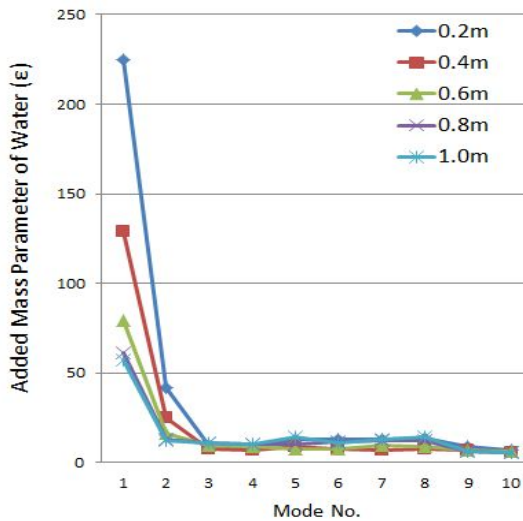
또한, 폭이 0.2m~1.0m로 변화할 때 1단 탱크의 s.s에서 고유진동수는 높아진다.

또한, 1단 탱크의 fix에서는 0.2m~0.6m까지 증가하다가 0.6m~1.0m까지는 거의 변화가 없다. 반면에 2단 탱크에서는 폭이 0.2m~1.0m로 변화할 때 s.s와 fix 모두 0.2m~0.8m까지는 고유진동수가 증가하다가 0.8m~1.0m에서는 고유진동수가 조금 줄어든다. 이는 비접수에서 0.8m에서 1.0m로 될 때의 모드 형상의 변화로 인하여 유체의 부가질량 효과가 고유진동수에 영향을 준 것으로 생각된다.

또한, 고유진동수가 0.2m~1.0m로 폭이 변화함에 따라 0.2m~0.8m까지는 증가하는 경향을 보이지만, 폭이 1.0m인 경우에는 소폭 감소하는 경향이 있다. 단, s.s 경계조건의 2차 모드에서는 폭이 0.2~1.0m로 변화할 때 고유진동수가 증가한다. 폭이 0.2m~0.4m까지는 고유진동수가 1~10차 모드까지 모두 증가하지만, 폭이 0.6m~1.0m에서는 고차모드에서는 반대로 고유진동수가 갈수록 줄어든다는 것을 알 수 있다.



[Fig.7] Added Mass Parameter of Water ( $\epsilon$ ) (H=1m, Left B.C=S.S, Right B.C=Fix)



[Fig. 8] Added Mass Parameter of Water ( $\epsilon$ ) (H=2m, Left B.C=S.S, Right B.C=Fix)

#### IV. 결론

이상과 같이 4개의 탄성판으로 구성된 1단과 2단의 사각탱크의 폭과 경계조건을 변화시켜가며 고유진동수를 계산하고 모드 형상과 부가질량 효과의 분석을 통하여 진동특성을 파악한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 1단에서는 1-2차 고유진동수가 서로 대칭모드를 가짐으로서 유사한 값을 가지지만 2단 탱크에서는 1-4차 모드가 대칭모드로서 유사한 고유진동수 값을 보이고 있다.
- 2) 모드 형상이 역상과 동상에 따라 부가질량 효과가 결정되며 1단 탱크에서는 2차 모드가 3-4차 모드보다 부가질량효과가 작게 나타나는 반

면, 2단 탱크에서는 모드 순서대로 부가질량 효과가 크게 나타나고 있음을 볼 수 있다.

3) 경계조건으로 인한 고유진동수의 영향은 2단 탱크보다 1단 탱크에서 크게 나타난다.

4) 일반적으로 길이에 비해 폭이 좁아질 때 부가질량효과가 크게 나타난다.

## References

Bae, Sung-Yong(2003). A Study on Vibration Characteristics in Water Tank Structures-Change of Aspect Ratio and Pressure Distribution-. Journal of the Society of Naval Architects of Korea,40(6).

Bae, Sung-Yong(2010). A Study on Vibration Characteristics in Water Tank with Multi-panels, Journal of Korean Official Statistics,14(6).

J. R. Cho and J. M. Song(2001). Assessment of Classical Numerical Models for The Separate Fluid-structure Modal Analysis, Journal of Sound and Vibration, 239(5).

M. Chiba(1994). Axisymmetric Free Hydroelastic

Vibration of a Flexural Bottom Plate in A Cylindrical Tank Supported on An Elastic Foundation, Journal of Sound and Vibration, 169(3).

S. Bartlett · M. Winton and P. D. Clausen(2001). An Added Mass Theory for The Base Partially Filled Rectangular Tank for Use with FEA, Journal of Sound and Vibration, 246(2).

T. Mazuch · J. Horacek · J. Trnka and J. Vesely(1996). Natural Modes and Frequencies of a Thin Clamped-free Steel Cylindrical Storage Tank Partially Filled with Water: FEM and measurement, Journal of Sound and Vibration, 193(3).

Y. Kerboua · A. A. Lakis · M. Thomas · L. Marcouiller (2007). Vibration Analysis of Rectangular Plates Coupled with Fluid, Applied Mathematical Modelling 32(2008).

---

• Received : 19 April, 2017

• Revised : 02 May, 2017

• Accepted : 09 May, 2017