



## 액체 탱크의 진동특성에 관한 연구

배 성 용<sup>†</sup>  
(부경대학교)

### A Study on Vibration Characteristics of Liquid Tank

Sung-Yong BAE<sup>†</sup>  
(Pukyong National University)

#### Abstract

The structures used in the fields of fisheries, marine, machinery and aerospace are becoming larger, faster and more diversified. These structures have various shapes of tanks. Fuel, ballast, and fresh water tanks, which are present in vessels and marine structures including fishing vessels, are mostly in contact with fluids. In the fuel tank and fresh water tank, the level of the liquid in the tank is changed due to the operation of the ship, and the ballast tank is ballasted to maintain the equilibrium of the ship according to the load condition of the cargo. It is reported that such a tank may cause a resonance phenomenon due to an excitation force caused by operation of an engine, a propeller, a wave, and a ship auxiliary device, and cracks and breakage are caused by fatigue damage. Therefore, it is important to accurately estimate the vibration characteristics of these tanks in contact with the fluid.

In this paper, the fluid - structure interaction problem is formulated by using the finite element method for the structure of rectangular tank and the boundary element method for fluid. The vibration characteristics of the elastic plate composing the tank through the boundary condition and the thickness variation were investigated in a tank structure having a height relatively higher than the length and width. According to the results of the study, the natural frequencies are affected by the boundary condition and shape of the tank.

**Key words : Vibration Characteristics, Finite Element Method, Boundary Element Method, Structure-Fluid Interaction**

#### I. 서론

수산, 해양, 기계, 항공 등의 분야에서 이용되는 구조물들이 갈수록 대형화, 고속화, 다양화되고 있다. 이러한 구조물들에는 다양한 형상을 가진 탱크가 존재하고 있으며, 특히 어선을 비롯한 선박 및 해양구조물 등에 존재하는 연료, 밸러스트(Ballast) 및 청수탱크는 대부분 유체에 접하고 있다. 또한 연료탱크와 청수탱크는 선박의 운항

으로 인해 탱크 내 액체의 수위 변화가 발생하며, 밸러스트 탱크는 화물의 적재상태에 따라 선박의 평형 유지를 위한 밸러스팅(Ballasting)으로 수위의 변화가 발생한다. 이와 같은 탱크에는 엔진, 프로펠러, 파랑, 선박 보조 장치의 가동 등으로 인한 기진력에 의해 공진현상의 원인이 되기도 하며, 피로손상으로 인한 크랙(crack) 및 파괴가 발생되고 있다는 것이 보고되고 있다. 따라서 유체에 접하고 있는 이러한 탱크들의 접수진

<sup>†</sup> Corresponding author : 051-629-6616, sybae@pknu.ac.kr

\* 이 논문은 2012학년도 부경대학교 연구년 교수 지원사업에 의하여 연구되었음(PS-2012).

동특성을 정확하게 파악하는 것이 중요하다.

현재 대부분 활용되고 있는 탱크는 그 용도에 따라 원형 및 사각탱크 혹은 이들을 혼합한 임의 형상을 가지고 있으나 많은 구조물에서 사각 형상이 배치되고 있다. 이러한 사각탱크는 길이, 폭 및 높이의 비율이 다양하게 존재한다. 각종 탱크 구조물들이 유체에 접하고 있을 때의 진동 특성에 대한 연구는 많은 연구자들에 의해 연구되어져왔다. Chiba(1994)는 원통형 탱크의 측면은 강체로 취급하고, 밑면은 탄성체, 윗면은 자유표면으로 간주하여 진동해석을 하였으며, Mazuch et al.(1996)은 원통형 탱크의 진동에 대해서 유체와 구조부분을 유한요소법을 이용하여 해석하였다. 이 연구에서 유체에 접하고 있는 판의 고유진동 모드 형상과 비접수 상태에서의 고유진동모드 형상의 차이점이 고유진동수에 끼치는 영향이 상당하다는 것을 이론해석과 실험을 통하여 검증했다. Cho & Song(2001)은 원통형 탱크의 슬로싱(sloshing) 모드와 빌징(bilging) 모드에 관한 연구를 수행하여, 슬로싱 모드는 유체의 자유표면의 움직임 때문에 나타나는 것이고, 빌징모드는 구조의 변형으로 인해 나타나는 것임을 주장하였다.

한편, Bartlett et al.(2001)은 사각형 탱크의 밑면의 고유진동수를 평가하기 위하여 유한요소법을 이용하여 부가질량을 계산하였으며, Kerboua et al.(2008)은 유체에 접하고 있는 사각평판을 이론계산과 실험을 통하여 수직으로 선 판이 유체에 부분적으로 접하고 있을 때의 운동은 수평으로 된 판이 유체에 접하고 있을 때와의 운동 형태와는 차이가 있다는 것을 파악하였다. Bae(2010)는 유체에 접하고 있는 사각탱크를 구조부는 유한요소법으로 유체부는 경계요소법을 이용해 계산하여, 하나의 판, 서로 마주보는 판, 4개의 판을 이용하여 탄성판과 탄성판 사이의 경계조건, 폭, 두께, 수위 등의 변화에 따른 부가질량 효과 등을 고려한 다양한 연구를 하였다.

그러나 사각탱크의 길이와 폭이 L이고 높이가

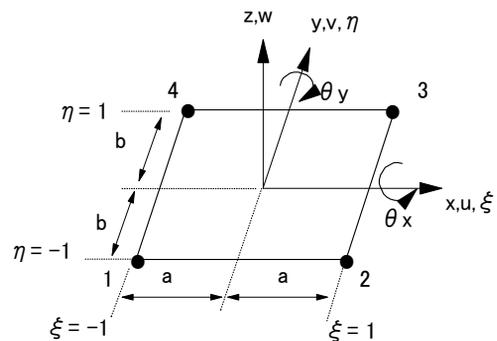
2L인 탱크의 경계조건과 두께의 변화를 통하여 종합적으로 고찰한 연구는 찾아보기 힘들다. 이에 본 논문에서는 길이와 폭에 비해 상대적으로 더 높이가 있는 탱크구조물을 경계조건과 두께의 변화를 통해 탱크를 구성하고 있는 탄성평판의 진동특성을 종합적으로 검토하여 보았다.

## II. 해석 기법

본 연구에서는 탄성판을 유한 요소법으로 이산화하고 유체부분을 경계 요소법으로 이산화하여서 유체-구조사이의 경계조건을 적용하여 부가질량 행렬을 구하고 그것을 자유진동방정식에 고려한다.

### 1. 유한 요소법에 의한 탄성판의 정식화

본 연구에서 사용된 탄성판은 얇은 평판이라고 가정하고 면내변위를 고려한 막요소와 면외 변위를 고려한 굽힘요소를 조합한 평면 쉘요소를 고려한다([Fig.1] 참조).



[Fig. 1] Geometry of a rectangular element

유한요소법으로 이산화하면 탄성체의 지배방정식은 다음과 같다.

$$Mu''(t) + Ku(t) = f(t) \dots\dots\dots (1)$$

여기서,  $M, K, u(t)$  는 각각 질량행렬, 강성행렬, 절점변위벡터이다. 등가외력벡터  $f(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(t) = \int_s N_w^T p ds \dots\dots\dots (2)$$

여기서  $N$  은 형상함수이고,  $p$  는 압력을 나타낸다.

## 2. 경계 요소법에 의한 유체부분의 정식화

탱크내부의 유체를 비압축성, 비점성인 이상유체로 두고, 그 유체의 운동을 비회전이라고 가정하면 속도포텐셜이 존재하고, 식으로 나타내면

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad \text{in } \Omega \dots\dots\dots (3)$$

여기서  $\Omega$  는 유체영역을 나타내고,  $\Phi(x, y, z; t)$  는 다음방정식으로 정의되는 속도포텐셜이다.

$$v_i(x, y, z; t) = \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \dots\dots\dots (4)$$

여기서  $v_i$  는  $x_i$  방향의 유체질점속도이다. 베르누이의 원리에 의해 동압력과 속도 포텐셜은 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\vec{p} = -i\omega \rho_f \vec{\phi} \dots\dots\dots (5)$$

식(3)에 대한 경계적분 방정식은 3차원 문제에 대한 기본해를 이용하면 경계적분방정식이 얻어지고, 이 경계적분방정식을 경계요소를 이용하여 이산화 하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$H\vec{\phi} = G \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial n} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

## 3. 연성문제의 정식화

우선, 압력과 속도벡터, 유체밀도를 이용하고 체적력을 무시하면 선형화된 유체의 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$\rho_f \frac{\partial V}{\partial t} = -\Delta P \dots\dots\dots (7)$$

그리고 속도와 속도포텐셜의 관계는 다음과 같다.

$$V = -\Delta \Phi \dots\dots\dots (8)$$

식(7),(8)을 이용하여 적분을 행하고, 압력  $P$  와 속도 포텐셜  $\Phi$  에 관하여 원진동수  $\omega$  의 조화진동을 가정하면 다음 식으로 표현 할 수 있다.

$$\vec{P} = i\omega \rho_f \vec{\phi} \dots\dots\dots (9)$$

행렬 방정식(6)과 식 (7)을 이용하면 다음과 같이 압력과 압력구배의 관계로 나타낼수 있다.

$$H\vec{P} = G \left\{ \frac{\partial P}{\partial n} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

식(10)에 경계조건을 대입하면 구조물에서의 압력과 압력구배의 관계식이 얻어진다. 또, 구조부의 면외 방향변위 성분을  $w$  로 하여 조화진동을 가정하면 연성에서의 운동학적조건 식(9)에 의해  $w$  와 압력구배의 관계는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial P_1}{\partial n} = \rho_f \vec{w} \dots\dots\dots (11)$$

그러므로, 식(2)에 식(10), (11)을 대입하면 등가 외력벡터  $\vec{f}$  는 다음과 같이 기술된다.

$$\vec{f} = \int_s N_w^T p dS = \omega^2 M^* \vec{u}_0 \dots\dots\dots (12)$$

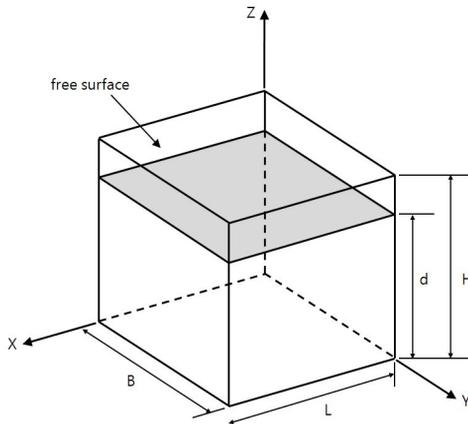
여기서,  $M^*$  는 부가질량 행렬이다. 절점변위  $\vec{u}$  를 조화진동이라고 가정하면 식(12)을 식(1)에 대입하여 다음과 같은 자유진동 방정식을 얻을 수 있다.

$$\{K - \omega^2(M + M^*)\} \vec{u}_0 = 0 \dots\dots\dots (13)$$

## Ⅲ. 수치계산 및 고찰

접수 탱크구조의 진동특성을 파악하기 위해서

사각탱크를 두께를 1mm, 2mm, 3mm, 5mm, 10mm 로 변화시켜 가면서 액체가 없는 비접수와 탱크내의 액체의 수위가  $d=1.0\text{m}$ 인 접수인 경우에 대해서 계산을 수행하였다. 계산은 높이 방향을 Z방향으로 설정하여 높이가 H 인 경우와 2H인 경우에 대해서 각각 계산하고, 전 계산 모델에서 윗면은 자유표면으로, 밑면은 강벽으로 가정하였다([Fig.2] 참조).



[Fig. 2] Model for Analysis

2H인 경우의 이음부분과 탄성판과 강벽이 접하는 곳은 모두 고정조건을 사용하였고, 탄성판과 탄성판 사이의 경계조건은 단순지지와 고정지로 나누어 계산을 하였다. (<Table 1> 참조).

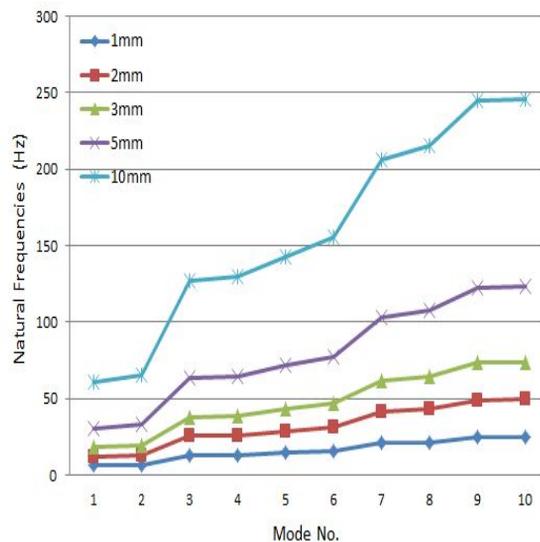
<Table 1> Principal dimensions and material properties of the model

Length	$L=1.0(\text{m})$
Breadth	$B=1.0(\text{m})$
Height	$H=1.0, 2.0(\text{m})$
Young's modulus	$E=2.06E+11(\text{Pa})$
Poisson's ratio	$\nu=0.3$
Density of elastic panel	$\rho_s = 7.85E+03(\text{kg}/\text{m}^3)$
Density of Fluid	$\rho_f = 1.00E+03(\text{kg}/\text{m}^3)$

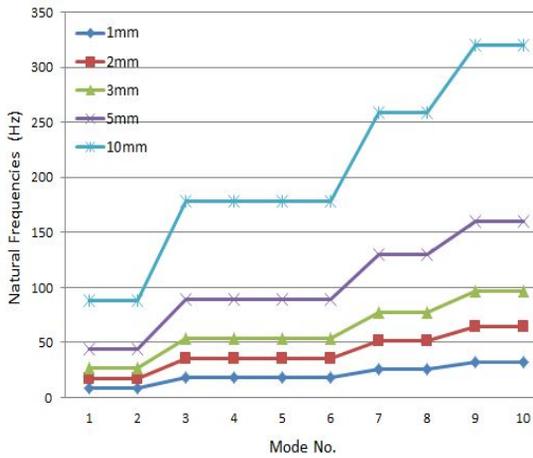
경계조건 중 단순지지조건은 병진방향 변위는 구속하고, 회전방향 변위는 자유로 한 것이다. 이하 s.s는 단순경계조건, fix는 고정경계조건,  $H=1.0\text{m}$ 인 탱크를 1단 탱크,  $H=2.0\text{m}$ 인 탱크를 2단 탱크로 사용한다. 또한, 마주보는 판과 인접하는 판의 모드는 서로 같은 방향으로 나타나는 모드를 동상모드, 서로 반대 방향으로 나타나는 모드를 역상모드라고 정의하기로 한다.

### 1. 비접수에서의 진동특성

높이가 1단 탱크 일 때 폭  $B=0.2\text{m}$ 인 탱크의 두께별로 1차에서 10차까지 고유진동수를 s.s와 fix를 그래프로 나타내어 보았다([Fig.3], [Fig.4] 참조). 그림에서 보이는 바와 같이 경계조건과 높이에 관계없이 두께가 두꺼워질수록 고유진동수는 증가하지만, fix 보다 s.s가 모든 두께에서 고유진동수가 낮게 나타난다. 그것은 2단 탱크 일 때도 마찬가지로 이지만 1단 탱크와 2단 탱크의 1,2차 고유진동수는 같은 경계조건과 같은 두께에서는 똑같이 나타나지만, 3차 이상에서는 다르게 나타난다.



[Fig. 3] Natural Frequency of a Tank in air ( $L=1.0\text{m}$ ,  $B=0.2\text{m}$ ,  $H=1.0\text{m}$ , B.C=s.s)



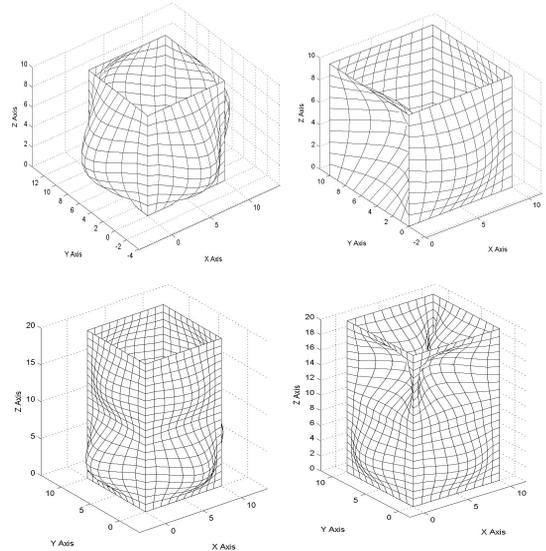
[Fig. 4] Natural Frequency of a Tank in air (L=1.0m, B=0.2m, H=1.0m, B.C=fix)

왜냐하면 1단 탱크의 1,2차 모드는 2단 탱크의 1,2차 모드와 같은 반 파장 모드인데 반하여 1단 탱크의 3,4차 모드는 한 파장 드로 나타나며, 2단 탱크의 3,4차 모드는 여전히 반 파장 모드로 나타나며, 경계조건에 따라 역상모드와 동상모드가 나타나기 때문으로 보인다.

## 2. 접수에서의 진동특성

접수에서의 진동 모드는 1,2차에서는 s.s와 fix 모두 역상모드가 나타나고 3,4차 모드에서는 동상 모드가 나타난다. [Fig.5]는 높이가 1.0m와 2.0m일 때 s.s에서 1,2차 모드를 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 최저차 고유진동수에 대한 모드 변위는 밀면에 가까울수록 커지며, 자유표면에 가까울수록 작아지는 반면에 제2차 고유진동수에 대한 모드변위는 반대의 경향을 보이고 있다.

접수의 진동 특성은 부가질량의 효과로 인하여 고유진동수가 낮아진다. 따라서 앞에서 계산한 결과 값을 식(14)을 이용하여 1단 탱크와 2단 탱크의 고유진동수에 대한 부가질량효과를 고찰하였다.

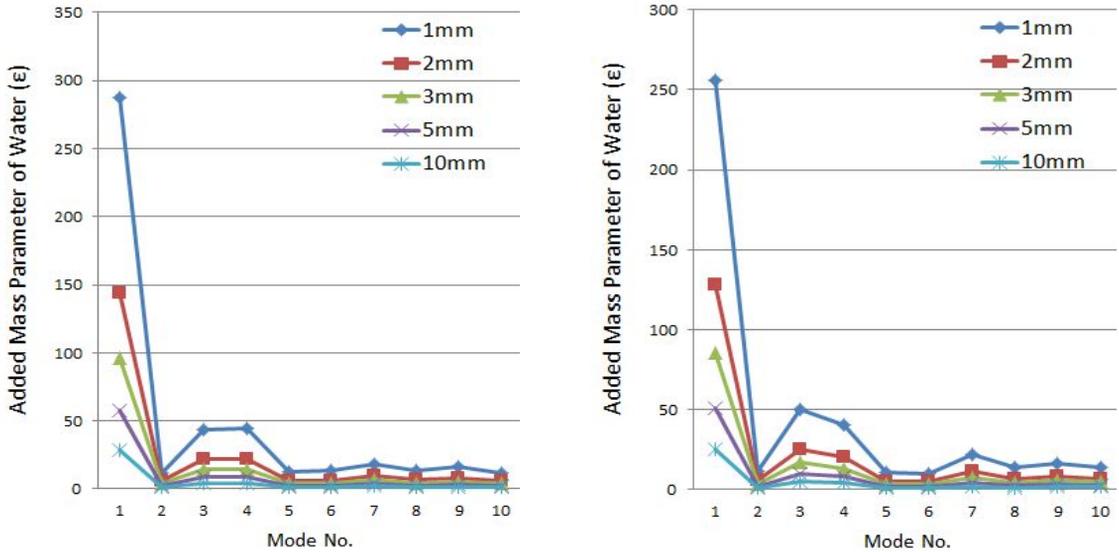


[Fig. 5] Natural Modes of a tank in contact with fluid (H=1.0m, H=2.0m)

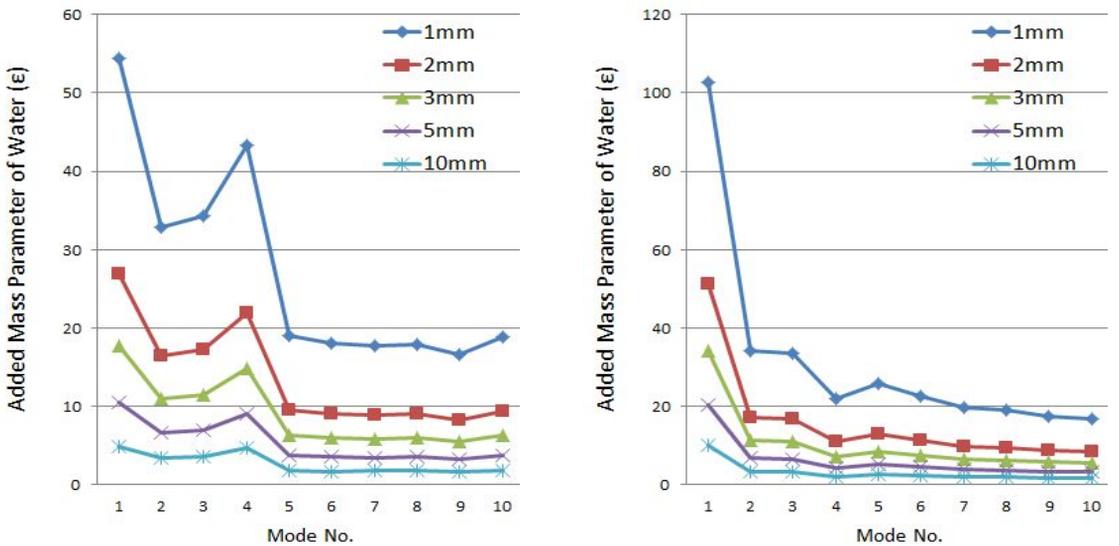
$$\begin{aligned}
 (f_{water})_i &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_i}{m_i + m_i^*}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_i}} (f_{air})_i \quad (14)
 \end{aligned}$$

여기서,  $k_i$ 는  $i$ 차의 모드 강성,  $m_i$ 는  $i$ 차의 모 드질량,  $m_i^*$ 는  $m_i$ 에 대한 모드 부가질량이고,  $\varepsilon_i$  는 부가질량 파라메타이다.

[Fig.6]과 [Fig.7]은 1단 탱크에서의 폭이 B=0.2m 와 1.0m일 때 경계조건에 따른 부가질량 효과를 나타내었다. 그림에서 나타난 바와 같이 1단 탱크에서 폭이 0.2m일 때 s.s에서의 부가질량 효과가 fix 일 때 보다 크고, 폭이 1.0m일 때는 fix에서의 부가질량효과가 s.s 일 때 보다 더 크다. 이것은 모드에서 1차는 모두 역상모드가 나오기 때문에 부가질량 효과는 가장 크지만 s.s 경계조건에서는 그 부분에 회전이 허용되는 경계조건으로 인하여 부가질량 효과가 상대적으로 적어 짐을 알 수 있다.



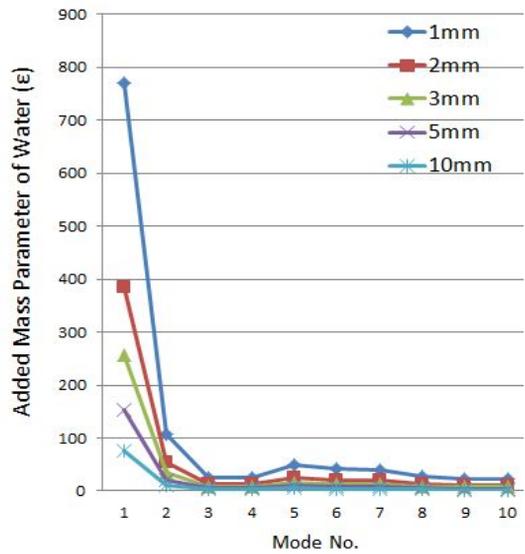
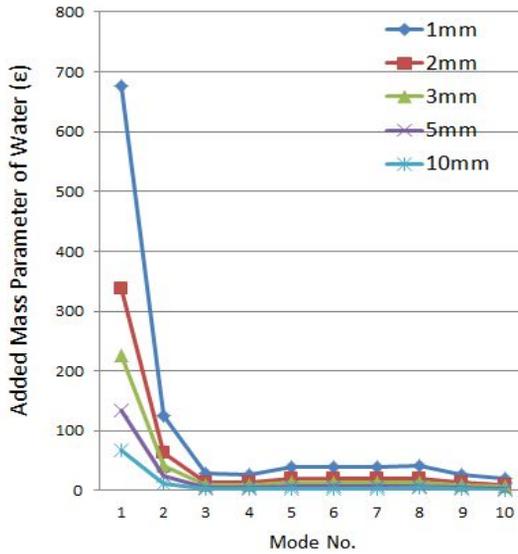
[Fig. 6] Added Mass Parameter of Water ( $\epsilon$ ) (B=0.2m, H=1.0m, Left is B.C=S.S, Right is B.C=Fix)



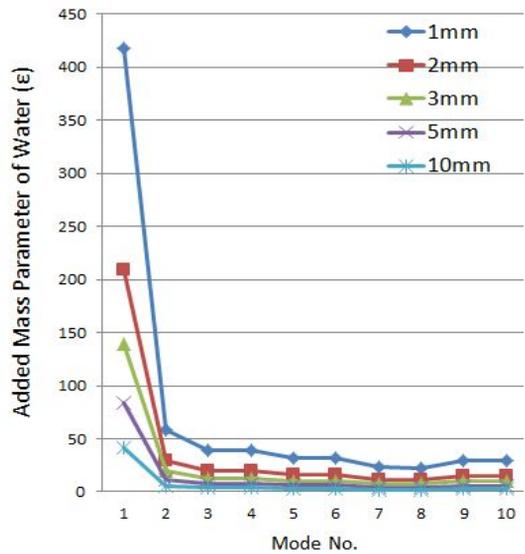
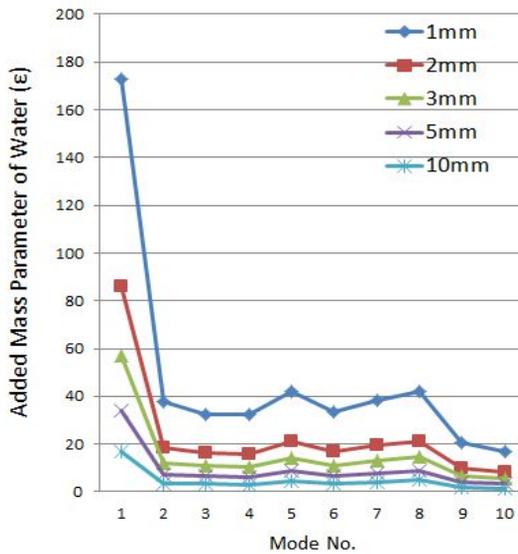
[Fig. 7] Added Mass Parameter of Water ( $\epsilon$ ) (B=1.0m, H=1.0m, Left is B.C=S.S, Right is B.C=Fix)

[Fig.8]과 [Fig.9]는 2단 탱크에서의 각 경계조건에 따른 부가질량효과를 나타낸다. 2단 탱크에서는 폭이 0.2m일 때 각 두께별로 fix의 부가질량효과가 s.s의 부가질량효과보다 모든 경우 크게 나타난다.

1단 탱크와 2단 탱크의 부가질량을 비교하여 보면 단순지지 경계조건에서는 2단 탱크가 1단 탱크보다 약 3배 이상 크게 나타나고 고정지지 경계조건에서는 2단 탱크가 1단 탱크보다 약 4배 이상 나타난다.



[Fig. 8] Added Mass Parameter of Water ( $\epsilon$ ) (B=0.2m , H=2.0m, Left is B.C=S.S, Right is B.C=Fix)



[Fig. 9] Added Mass Parameter of Water ( $\epsilon$ ) (B=1.0m, H=2.0m, Left is B.C=S.S, Right is B.C=Fix)

#### IV. 결론

이상과 같이 4개의 탄성판으로 구성된 1단과 2단의 사각탱크의 두께와 경계조건을 변화시켜 가며 고유진동수를 계산하고 모드 형상의 분석

을 통하여 진동특성을 파악한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 접수와 비접수인 경우, 모든 계산조건에서 단순보다 고정이 고유진동수가 높으며, 두께가 두꺼워 질수록 고유진동수가 증가한다.

2) 접수에서의 1단, 2단 탱크인 경우, 1,2차 고유진동수에서는 단순지지와 고정지지 모두 역상모드가 나타나고, 3,4차 고유진동수에서는 동상모드가 나타난다. 또한, 최저차 고유진동수에 대한 모드변위는 밑면에 가까울수록 커지며 자유표면에 가까울수록 작아지는 반면에, 제2차 고유진동수에 대한 모드변위는 반대의 경향이 있다. 따라서 자유표면의 영향을 1단 탱크보다 상대적으로 덜 받는 2단탱크에서의 부가질량효과가 1단탱크에서의 그것보다 크게 나타난다.

그러므로 탱크의 경계조건과 형상에 따라 고유진동수가 영향을 받기 때문에 초기 설계단계에서 정확한 계산이 필요하다고 사료된다.

## References

Bae, Sung-Yong(2010). A Study on Vibration Characteristics in Water Tank with Multi-panels, Journal of Korean Official Statistics,14(6)  
 J. R. Cho and J. M. Song(2001). "Assessment of Classical Numerical Models for The Separate Fluid-structure Modal Analysis", Journal of Sound

and Vibration, 239(5).  
 M. Chiba,(1994). "Axisymmetric Free Hydroelastic Vibration of a Flexural Bottom Plate in A Cylindrical Tank Supported on An Elastic Foundation", Journal of Sound and Vibration, 169(3).  
 S. Bartlett · M. Winton and P. D. Clausen(2001). "An Added Mass Theory for The Base Partially Filled Rectangular Tank for Use with FEA", Journal of Sound and Vibration, 246(2).  
 T. Mazuch · J. Horacek, J · Trnka and J, Vesely (1996). "Natural Modes and Frequencies of a Thin Clamped-free Steel Cylindrical Storage Tank Partially Filled with Water: FEM and measurement", Journal of Sound and Vibration, 193(3).  
 Y. Kerboua · A. A. Lakis · M. Thomas · L. Marcouiller(2007). "Vibration Analysis of Rectangular Plates Coupled with Fluid", Applied Mathematical Modelling 32 (2008)

- 
- Received : 19 April, 2017
  - Revised : 27 April, 2017
  - Accepted : 02 May, 2017